1º

a) $5X + X\cdot A - B = I \Rightarrow X\cdot(5I + A) = I + B \Rightarrow$

$\Rightarrow X\cdot(5I+A)\cdot(5I+A)^{-1} = (I+B)\cdot(5I+A)^{-1} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{X = (I+B)\cdot(5I+A)^{-1}}$

b) $X\cdot\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ Como $\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -5 \neq 0$ existe

la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \Rightarrow X\cdot\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1}$

$\Rightarrow X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3/5 & 2/5 \\ 1/5 & 1/5 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$\boxed{X = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}}$

2º

x = kg. de naranjas
y = kg. de plátanos
z = kg. de berenjenas

$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+z=6 \\ x=y+1 \\ 2x+3y+z=13 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y+z=6 \\ x-y=1 \\ 2x+3y+z=13 \end{array}\right\} \Rightarrow$

x = 3 kg. de naranjas
y = 2 kg. de plátanos
z = 1 kg de berenjenas

(3º) $\begin{cases} x = \text{prendas tipo A fabricadas} \\ y = \text{prendas tipo B fabricadas.} \end{cases}$

Beneficio:

$$f(x,y) = 9x + 6y$$

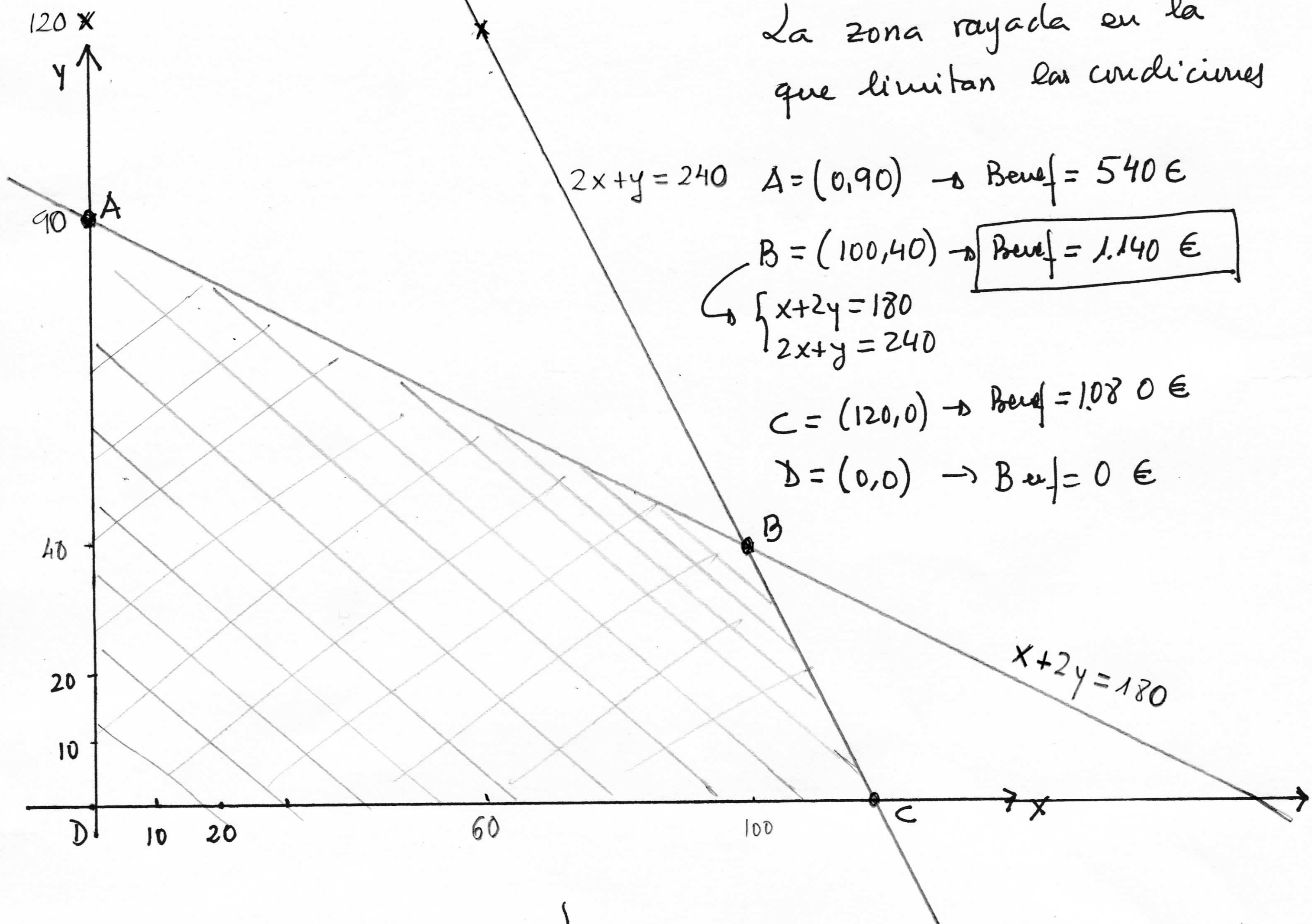
Condiciones: $\begin{cases} x + 2y \leq 180 \\ 2x + y \leq 240 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$

$x + 2y = 180 \Rightarrow$

x	y
0	90
100	40

$2x + y = 240 \Rightarrow$

x	y
100	40
60	120



La zona rayada es la que limitan las condiciones

$A = (0,90) \rightarrow \text{Benef} = 540\text{ €}$

$B = (100,40) \rightarrow \boxed{\text{Benef} = 1.140\text{ €}}$

$\hookrightarrow \begin{cases} x + 2y = 180 \\ 2x + y = 240 \end{cases}$

$C = (120,0) \rightarrow \text{Benef} = 1.080\text{ €}$

$D = (0,0) \rightarrow \text{Benef} = 0\text{ €}$

a) Debe fabricar 100 tipo A y 40 tipo B

b) Beneficio: 1.140 €

$\begin{cases} 2x + y = 240 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 120 \rightarrow C(120,0)$

4º

a) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow (A \cdot B)^t = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

b) A^{-1} no exite pues no es cuadrada y no exite $|A|$.

c) $C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2/5 & -2/5 & 1/5 \\ -1/5 & 1/5 & 2/5 \end{pmatrix}$

5º $A = \begin{pmatrix} m & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad A^* = \begin{pmatrix} m & -1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & -m \\ 1 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}$

$\det A = 6m + 12 \Rightarrow \det A = 0 \Longleftrightarrow m = -2.$

Discusión:

a) Si $m \neq -2 \Rightarrow \det A \neq 0 \Rightarrow rg\, A = 3 = rg\, A^* \Rightarrow$ $\boxed{SCD}$

b) Si $m = -2 \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow rg\, A \leq 2$. Como $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \neq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow rg\, A = 2.$

Veamos $rg\, A^* = rg \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix} \overset{F_3 \leftrightarrow F_1}{=} rg \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & 1 & 4 \end{pmatrix} =$

$\overset{\substack{F_2 + F_1(-2) \\ F_3 + F_1(2)}}{=} rg \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 0 & -3 & -9 & -16 \\ 0 & 3 & 9 & 18 \end{pmatrix} \overset{F_3 + F_2}{=} rg \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 0 & -3 & -9 & -16 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \overset{C_4 \leftrightarrow C_3}{=} rg \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 & 4 \\ 0 & -3 & -16 & -9 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} = 3$

$\Rightarrow$ $\boxed{S.I}$