

Ejercicios de Trigonometría

- Halla la altura de un edificio que proyecta una sombra de 56 m a la misma hora que un árbol de 21 m proyecta una sombra de 24 m.
- En un mapa, la distancia entre La Coruña y Lugo es de 19 cm, entre Santiago de Compostela y La Coruña 12 cm, y entre Santiago de Compostela y Lugo 20 cm.
En otro mapa, la distancia entre Santiago de Compostela y La Coruña es de 18 cm. ¿Cuáles serán las otras dos distancias medidas en este segundo mapa?
- Tenemos dos triángulos isósceles semejantes. Del pequeño conocemos que cada uno de los lados iguales mide 5 cm y el lado desigual 3 cm; pero del grande, sólo sabemos que el lado desigual mide 7 cm. ¿Cuánto mide cada uno de los otros dos lados?
- Halla la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 12 y 5 cm.
- Si que en un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 25 m y un cateto 7 m, halla el otro cateto.
- Halla la altura y el área de un triángulo equilátero de 2'5 m de lado.
- Un poste vertical de 3 m proyecta una sombra de 2 m; ¿qué altura tiene un árbol que a la misma hora proyecta una sombra de 4'5 m?
- Las longitudes de los lados de un campo triangular son 125 m, 75 m y 100 m. Se hace a escala un dibujo del campo, y el lado mayor queda representado por un segmento de 3 cm. ¿Cuáles son las longitudes de los otros dos lados del triángulo en el dibujo?
- En un mapa a escala 1:10.000.000, la distancia entre dos ciudades es de 12 cm. ¿Cuál es la distancia real que las separa?
- Si un campo está dibujado a escala de 1:1200, ¿cuál será en el terreno la distancia que en el dibujo mide 18 cm?
- ¿A qué escala está dibujado un campo, si en el plano 12 cm representan 60 m de longitud real?
- Calcula el ángulo complementario y el suplementario de:
 - $32^\circ 45' 42''$
 - $89^\circ 15' 46''$
 - $125^\circ 32' 17''$
 - $\pi/6$ rad
 - $2\pi/3$ rad
 - $3\pi/7$ rad
- Dados los siguientes ángulos $\alpha = 26^\circ 56' 16''$ y $\beta = 36^\circ 26' 27''$ calcula:
 - $\alpha + \beta$
 - $\alpha - \beta$
 - $2\alpha + 3\beta$
 - $\alpha/4$
- ¿Cuál es la longitud de un arco que mide 1 rad si el radio de la circunferencia es de 2 cm? ¿y si el ángulo es de π rad?
- Calcula el valor de un radián en grados, minutos y segundos sexagesimales.
- ¿A cuántos radianes equivalen $115^\circ 38' 27''$?
- ¿A cuántos grados sexagesimales equivalen 2 radianes?
- Ayúdate de la calculadora para completar la tabla siguiente:

Medida de α en grados, minutos y segundos	45°		30°				75°
Medida de α en radianes				$\pi/3$		$\pi/6$	
tg α		2,3			0,6		

19. Dibuja un ángulo α tal que $\text{sen } \alpha = 3/7$.
20. Averigua los ángulos α , β y γ sabiendo:
 - a) $\text{tg } \alpha = 2'5$
 - b) $\text{sen } \beta = 0'3$
 - c) $\text{sen } \gamma = 0'6$
21. Usando la calculadora, halla los siguientes valores redondeando a 4 decimales:
 - a) $\text{sen } 34^\circ 35' 57''$
 - b) $\text{cos } 85^\circ 7' 23''$
 - c) $\text{tg } 87^\circ 33''$
 - d) $\text{sen } 43^\circ 35'$
22. Utilizando la calculadora, halla los ángulos de las siguientes razones trigonométricas:
 - a) $\text{sen } \alpha = 0,3456$
 - b) $\text{cos } \alpha = 0,5555$
 - c) $\text{tg } \alpha = 1,4572$
 - d) $\text{cos } \alpha = 0,25$
 - e) $\text{sen } \alpha = 0,0525$
23. Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce uno de sus ángulos, $B = 37^\circ$, y su hipotenusa, $a = 5'2$ m.
24. Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: uno de sus ángulos $B = 29^\circ$, y el cateto opuesto, $b = 4'5$ m.
25. Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: la hipotenusa, $a = 5'7$ m, y un cateto, $b = 4'6$ m.
26. Halla la hipotenusa y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conocen los dos catetos, b y c : $b = 3'5$ m y $c = 2'8$ m.
27. En un triángulo rectángulo de hipotenusa 10 cm, el seno de un ángulo agudo es $2/3$. Halla el valor de los catetos del triángulo.
28. En un triángulo rectángulo, un cateto vale 6 dm. Calcula el valor de la hipotenusa y del otro cateto si $\text{cos } \alpha = 0'55$, siendo α un ángulo agudo del triángulo.
29. En un triángulo rectángulo, un cateto vale 6 dm. Calcula el valor de la hipotenusa y del otro cateto si $\text{tag } \alpha = 1'43$, siendo α un ángulo agudo del triángulo.
30. Las bases de un trapecio isósceles miden 7 y 4 metros; su altura mide 5 metros. Halla los ángulos del trapecio.
31. La ventana de una casa está a 9'5 m del suelo. Disponemos de una escalera que mide 10 m de largo. Por motivos de seguridad se aconseja que la escalera forme con la horizontal un ángulo máximo de 70° . ¿Podemos llegar a la ventana?
32. Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conocen uno de sus ángulos, $B = 51^\circ$, y el cateto contiguo, $c = 7'3$ m.
33. Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conocen: la hipotenusa, $a = 4'6$ m, y un cateto, $c = 3'1$ m.
34. De un rombo ABCD se conocen la diagonal $AC = 4$ m. y el lado $AB = 5$ m. Halla los ángulos del rombo y su otra diagonal.
35. ¿Qué ángulo forman con la horizontal los rayos del Sol en el momento en que una columna de 5 m proyecta una sombra de 4'2 m?
36. A una hora del día una casa proyecta una sombra igual a las tres cuartas partes de su altura. ¿Cuál es la inclinación de los rayos del Sol respecto al horizonte?
37. Un campanario proyecta una sombra de 27 m de largo cuando la inclinación de los rayos del Sol respecto a la horizontal es de 72° . ¿Qué altura tiene el campanario?

38. Dos hombres salen de un punto A. Uno se dirige a B y otro al punto C, siguiendo trayectorias rectilíneas que forman entre ellas un ángulo de 47° . Si los puntos B y C están separados por una distancia de 360 m y la dirección BC es perpendicular a la dirección AC, ¿cuántos metros recorre uno más que el otro?
39. El radio de un polígono regular de 12 lados mide 10 m. ¿Cuánto miden el lado l y el apotema a ?
40. Calcula los ángulos de un rombo cuyas diagonales miden 14 cm y 8 cm.
41. Desde un barco se ve el punto más alto de un acantilado con un ángulo de 74° . Sabiendo que la altura del acantilado es de 200 m, ¿a qué distancia se halla el barco del pie del acantilado?
42. Si la sombra de un poste es la mitad de su altura, ¿qué ángulo forman los rayos del sol con el horizonte?
43. En un triángulo isósceles el lado opuesto al ángulo desigual mide $7\sqrt{4}$ m y los ángulos iguales miden 63° cada uno. Halla la altura y el área.
44. Calcula el seno y el coseno de un ángulo cuya tangente vale $0\sqrt{7}$.
45. Si $\text{sen } \alpha = 0\sqrt{6}$ y $\alpha < 90^\circ$, calcula $\text{cos } \alpha$ y $\text{tag } \alpha$.
46. Si $\text{tag } \alpha = 3$ y $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, calcula $\text{sen } \alpha$ y $\text{cos } \alpha$.
47. A partir del dato que te dan, calcula las demás razones trigonométricas:

a) $\text{sen } \alpha = \frac{2}{3}$

b) $\text{cos } \beta = \frac{3}{4}$

c) $\text{tg } \chi = \frac{5}{4}$

48. Resuelve los siguientes apartados:

a) Si $\text{cos } \alpha = 1/2$; calcula $\text{sen } \alpha$ y $\text{tg } \alpha$.

b) Si $\text{sen } \beta = 4/5$; calcula $\text{cos } \beta$ y $\text{tg } \beta$.

49. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla, haciendo uso de las relaciones fundamentales:

	α	β	χ	δ	ϵ	ϕ
sen	0,94		4/5			
cos		0,82			$\frac{\sqrt{3}}{2}$	
tg				3,5		1

50. Calcula el valor exacto de las razones trigonométricas que faltan y el ángulo
- α
- en cada columna:

sen α	1/3		
cos α		$\frac{\sqrt{2}}{3}$	
tg α			2
α			

51. Desde la torre de control de un aeropuerto se establece comunicación con un avión que va a aterrizar. En ese momento el avión se encuentra a una altura de 1.200 m y el ángulo de observación desde la torre (ángulo que forma la visual hacia el avión con la horizontal) es de
- 30°
- . ¿A qué distancia está el avión del pie de la torre si ésta mide 40 m de alto?

52. Una escalera de bomberos de 16 m de longitud de ha fijado en un punto de la calle. Si se apoya sobre una de las fachadas, forma un ángulo de 40° , y si lo hace sobre la otra fachada, el ángulo es de 28° . Averigua la anchura de la calle.
53. Desde un punto A del suelo se observa una torre, situada en T, que se ve bajo un ángulo $\alpha = 31^\circ$. Se avanza 40 m en dirección a la torre, se mira y se la ve, ahora, bajo un ángulo $\beta = 58^\circ$. Halla la altura h de la torre y la distancia de A al pie, T, de la torre.
54. Desde un cierto punto del terreno se mira a lo alto de una montaña y la visual forma un ángulo de 50° con el suelo. Al alejarse 200 m de la montaña, la visual forma 35° con el suelo. Halla la altura h de la montaña.
55. Un globo aerostático se mantiene fijo en el aire. Dos observadores separados por una distancia de 1 km y situados en el mismo plano vertical que el globo, lo ven con ángulos respectivos de 26° y 42° . ¿A qué altura está el globo?
56. Desde cierto lugar del suelo se ve el punto más alto de una montaña bajo un ángulo de 44° . Al acercarnos 640 m hacia el pie de la montaña, el ángulo es de 62° . ¿Qué altura tiene la montaña?
57. Calcula todas las razones trigonométricas de 48° sabiendo que $\sin 48^\circ = 0,7431$ (sin usar calculadora). Halla, también sin calculadora, las razones de 42° , 132° , 228° y -48° .
58. Halla el signo de las siguientes razones trigonométricas
- | | | | |
|---------------------|---------------------|-------------------------------------|---------------------|
| a) $\sin 60^\circ$ | c) $\tan 200^\circ$ | e) $\cotag 120^\circ$ | g) $\sin 225^\circ$ |
| b) $\cos 120^\circ$ | d) $\sec 295^\circ$ | f) $\operatorname{cosec} 300^\circ$ | h) $\tan 130^\circ$ |
59. Calcula las razones trigonométricas de un ángulo α que cumple
- | | |
|--|---|
| a) $\sin \alpha = -\frac{4}{5}; \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ | d) $\sec \alpha = -3; \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ |
| b) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ | e) $\operatorname{cosec} \alpha = -\frac{4}{3}; \quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ |
| c) $\tan \alpha = \frac{3}{2}; \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ | f) $\cotag \alpha = \frac{5}{2}; \quad \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ |
60. Calcula en el sistema sexagesimal el ángulo x:
- | | | | |
|---|----------------------------|-----------------------------------|-----------------------------|
| a) $\sin 6x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ | e) $\cos 4x = \frac{1}{2}$ | j) $\sin 6x = -1$ | n) $\tan x = -\sqrt{3}$ |
| b) $\operatorname{cosec} 5x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | f) $\tan 2x = 0$ | k) $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ | o) $\tan 2x = 1$ |
| c) $\tan 2x = \sqrt{3}$ | g) $\cos 4x = -1$ | l) $\sec x = -\sqrt{2}$ | p) $\sin 5x = \frac{1}{2}$ |
| d) $\sec 4x = 2$ | i) $\sin 2x = -1$ | m) $\cos x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ | q) $\sin 4x = -\frac{1}{2}$ |
61. Encuentra todos los ángulos comprendidos entre:
- | | |
|---|---|
| a) 0° y 800° cuya tangente valga $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | c) 0° y 800° cuyo coseno valga $\frac{\sqrt{2}}{2}$ |
| b) 0° y 1000° cuyo seno valga $-\frac{1}{2}$ | d) 0 y 10π rad cuyo coseno valga $-0,5$. |

62. Calcula:

- | | | | |
|---|---|------------------------------|------------------------------------|
| a) $\text{sen}(\pi - 45^\circ)$ | f) $\text{sec}(\pi + \pi/6)$ | k) $\text{sec}(-60^\circ)$ | p) $\cos(90^\circ - \alpha)$ |
| b) $\text{tag}(\pi - 60^\circ)$ | g) $\cos(180^\circ + 30^\circ)$ | l) $\text{cotag}(-45^\circ)$ | q) $\text{tag}(90^\circ + \alpha)$ |
| c) $\text{cosec}(180^\circ - 30^\circ)$ | h) $\text{cotag}(180^\circ + 60^\circ)$ | m) $\text{tag}(\pi - a)$ | r) $\text{cosec}(\pi/2 - \alpha)$ |
| d) $\cos(180^\circ - 45^\circ)$ | i) $\text{sen}(-60^\circ)$ | n) $\text{sen}(\pi - a)$ | s) $\text{cotag}(\pi/2 + \alpha)$ |
| e) $\text{sen}(\pi + \pi/4)$ | j) $\text{tag}(-30^\circ)$ | o) $\cos(\pi + a)$ | t) $\text{sen}(90^\circ - a)$ |

63. Si $a = \pi/4$ rad, calcula:

- | | | |
|----------------------------|--------------------|----------------------------|
| a) $\text{sen}(\pi/2 + a)$ | b) $\cos(\pi + a)$ | c) $\text{tag}(\pi/2 + a)$ |
|----------------------------|--------------------|----------------------------|

64. Calcula:

- | | | | |
|-----------------------------|---------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| a) $\text{sen} 150^\circ$ | g) $\cos(-60^\circ)$ | m) $\text{sen} 225^\circ$ | s) $\text{sec} 420^\circ$ |
| b) $\cos 225^\circ$ | h) $\text{sec} 120^\circ$ | n) $\text{tag} 330^\circ$ | t) $\text{cotag} 810^\circ$ |
| c) $\text{cotag} 135^\circ$ | i) $\text{tag} 150^\circ$ | o) $\text{cosec} 300^\circ$ | u) $\cos 1920^\circ$ |
| d) $\text{cosec} 240^\circ$ | j) $\text{sec} 150^\circ$ | p) $\text{cotag} 120^\circ$ | v) $\text{sec} 2610^\circ$ |
| e) $\text{tag}(-45^\circ)$ | k) $\text{tag} 240^\circ$ | q) $\text{sen} 390^\circ$ | w) $\text{tag} 1650^\circ$ |
| f) $\text{cotag} 120^\circ$ | l) $\cos 315^\circ$ | r) $\cos 720^\circ$ | x) $\text{cotag} 1880^\circ$ |

65. Si $\text{tag} \alpha = -\frac{3}{4}$, calcula:

- | | | | |
|-------------------------------|--------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|
| a) $\text{tag}(\pi - \alpha)$ | b) $\text{tag}(-\alpha)$ | c) $\text{tag}(\pi + \alpha)$ | d) $\text{cotag}(\pi/2 + \alpha)$ |
|-------------------------------|--------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|

66. Si $\text{sec} \alpha = \frac{3}{2}$, calcula:

- | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| a) $\text{sec}(\pi - \alpha)$ | b) $\text{sec}(180^\circ + \alpha)$ | c) $\text{sec}(-\alpha)$ | d) $\cos(180^\circ - \alpha)$ |
|-------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------|

67. Si $\text{sen} \alpha = \frac{1}{2}$, calcula:

- | | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|--------------------------|
| a) $\text{tag}(\pi/2 - \alpha)$ | c) $\text{sen}(-\alpha)$ | e) $\cos \alpha$ |
| b) $\cos(\pi + \alpha)$ | d) $\text{cosec}(\pi/2 + \alpha)$ | f) $\text{cotag} \alpha$ |

68. Simplifica las siguientes expresiones:

- | | | |
|--|--|--|
| a) $\frac{\text{sec } x}{1 + \text{tg}^2 x}$ | d) $(\text{sen } x + \cos x)^2 + (\text{sen } x - \cos x)^2$ | h) $\frac{\text{sen}^2 x}{1 - \cos x}$ |
| b) $\frac{\text{sec } x}{\text{cosec } x \cdot \text{tag } x}$ | e) $\frac{(1 + \cos x) \cdot (1 - \cos x) \cdot \text{cot } g^2 x}{(1 + \text{sen } x) \cdot (1 - \text{sen } x)}$ | i) $\text{tg } x + \frac{\cos x}{1 + \text{sen } x}$ |
| c) $\frac{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}{\text{sen} \alpha - \text{sen}^3 \alpha}$ | f) $\frac{1}{\cos x} - \cos x - \text{tg}^2 x \cdot \cos x$ | j) $\frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{\text{sen } x}$ |
| | g) $\frac{\text{tag} \alpha \cdot \cos \alpha + \text{tag}^3 \alpha \cdot \cos \alpha}{\text{sec}^2 \alpha}$ | |

69. Reduce al primer cuadrante y simplifica:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{\operatorname{sen}^2 a \cdot \operatorname{tag}(\pi + a)}{\cos a \cdot \operatorname{tag} a \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - a)} & \text{c) } \frac{\operatorname{cot} \operatorname{ag}(\frac{\pi}{2} - a) \cdot \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} + a)}{2 \cdot \operatorname{tag}(\pi - a)} \quad \text{e) } \frac{\operatorname{tag}(\pi + a) \cdot \cos(-a)}{\cos(\pi - a)} \\ \text{b) } \frac{\operatorname{tag}(\pi - a) \cdot \operatorname{cot} \operatorname{ag}(\frac{\pi}{2} + a)}{\operatorname{tag}^2 a} & \text{d) } \frac{\operatorname{cot} \operatorname{ag}(\frac{\pi}{2} + a) \cdot \operatorname{tag}(\pi - a)}{\operatorname{cot} \operatorname{ag}^2(\frac{\pi}{2} - a)} \\ \text{f) } \cos(\pi - a) \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - a) + \operatorname{sen}(\pi - a) \cdot \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} - a) \\ \text{g) } \operatorname{sen}(90 - a) \cdot \operatorname{cot} \operatorname{ag}(90 - a) \cdot \cos(180 - a) \cdot \operatorname{tag}(180 + a) \end{array}$$

70. Demuestra que se cumplen las siguientes identidades:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sec^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha = \sec^2 \alpha \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha & \text{g) } \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha = \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{\sec \alpha} \\ \text{b) } \frac{\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha}{\operatorname{sen}^2 \alpha - \cos^2 \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1} & \text{h) } \operatorname{sen}^2 \alpha = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \\ \text{c) } (\sec \alpha - \operatorname{tag} \alpha)^2 = \frac{1 - \operatorname{sen} \alpha}{1 + \operatorname{sen} \alpha} & \text{i) } \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cosec} \alpha - \operatorname{cot} \operatorname{ag} \alpha} = 1 + \cos \alpha \\ \text{d) } 1 + \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha}{\operatorname{cotg} \alpha} & \text{j) } \frac{(1 + \cos \alpha) \cdot (1 - \cos \alpha)}{\cos \alpha} = \sec \alpha - \cos \alpha \\ \text{e) } \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha} & \text{k) } \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos^2 \alpha \\ \text{f) } (\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha)^2 + (\operatorname{sen} \alpha - \cos \alpha)^2 = 2 & \text{l) } \operatorname{sen}^4 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha = \cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha \end{array}$$

71. Calcula el valor de $\frac{\operatorname{sen}^2 \alpha - 1}{\operatorname{sen} \alpha - 1}$ para $\alpha = 90^\circ$.

72. Calcula el valor de $\frac{1 - \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{cot} \operatorname{g} \alpha}$ para $\alpha = 45^\circ$.

73. Calcula el valor de $\frac{3 \operatorname{sen}^4 \alpha - 3}{\operatorname{sen}^2 \alpha - 1}$ para $\alpha = 90^\circ$.

74. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 3 \operatorname{sen}^2 \alpha - 5 \operatorname{sen} \alpha + 2 = 0 & \text{d) } 8 \operatorname{sen}^2 \alpha + 6 \cos \alpha = 9 & \text{g) } 3 \operatorname{tg} \alpha + 3 = 0 \\ \text{b) } 2 \cos^2 \alpha - 3 \cos \alpha + 1 = 0 & \text{e) } \operatorname{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha + 1) = 0 & \text{h) } \frac{\cos^2 \alpha}{1 - \operatorname{sen} \alpha} = \frac{3}{2} \\ \text{c) } 4 \cos^2 \alpha = 1 & \text{f) } \cos \alpha \cdot (\operatorname{tg}^2 \alpha - 3) = 0 & \end{array}$$